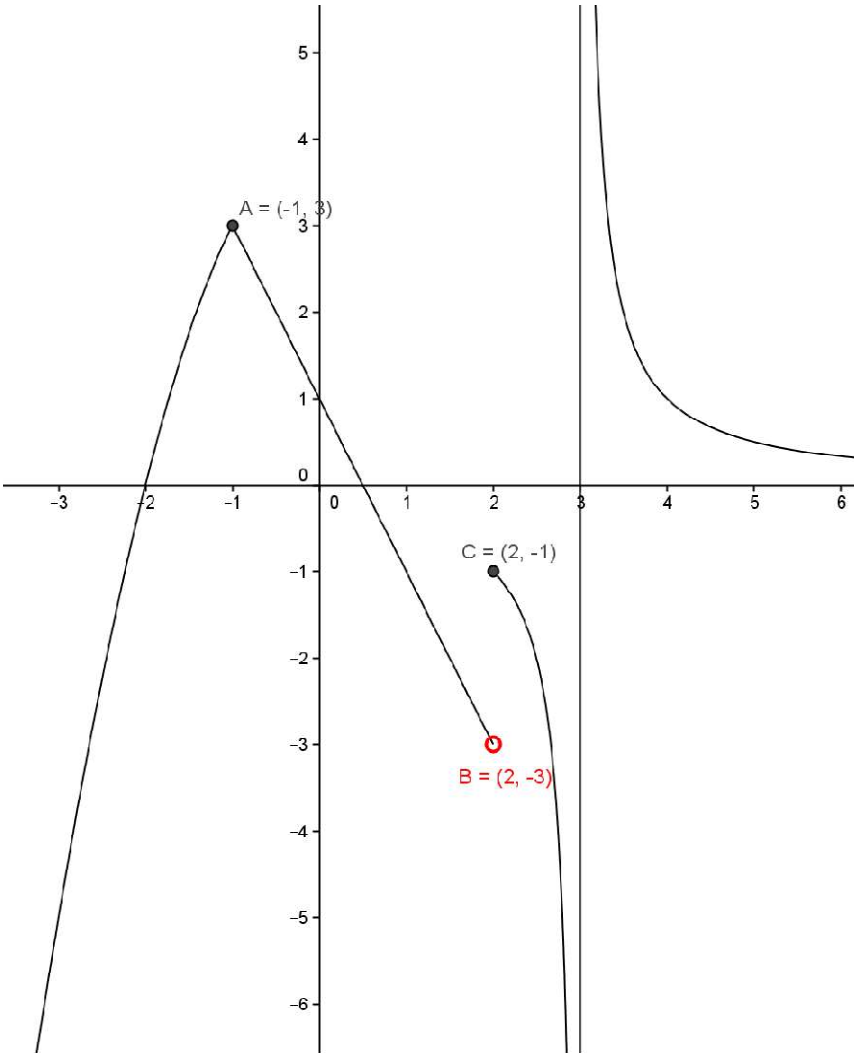
Solutions des exercices sur la continuité

Etudier la continuité des fonctions suivantes en précisant le type de discontinuité
Schématiser les graphiques (éventuellement dans Geogebra) en amenant les précisions nécessaires pour illustrer les calculs

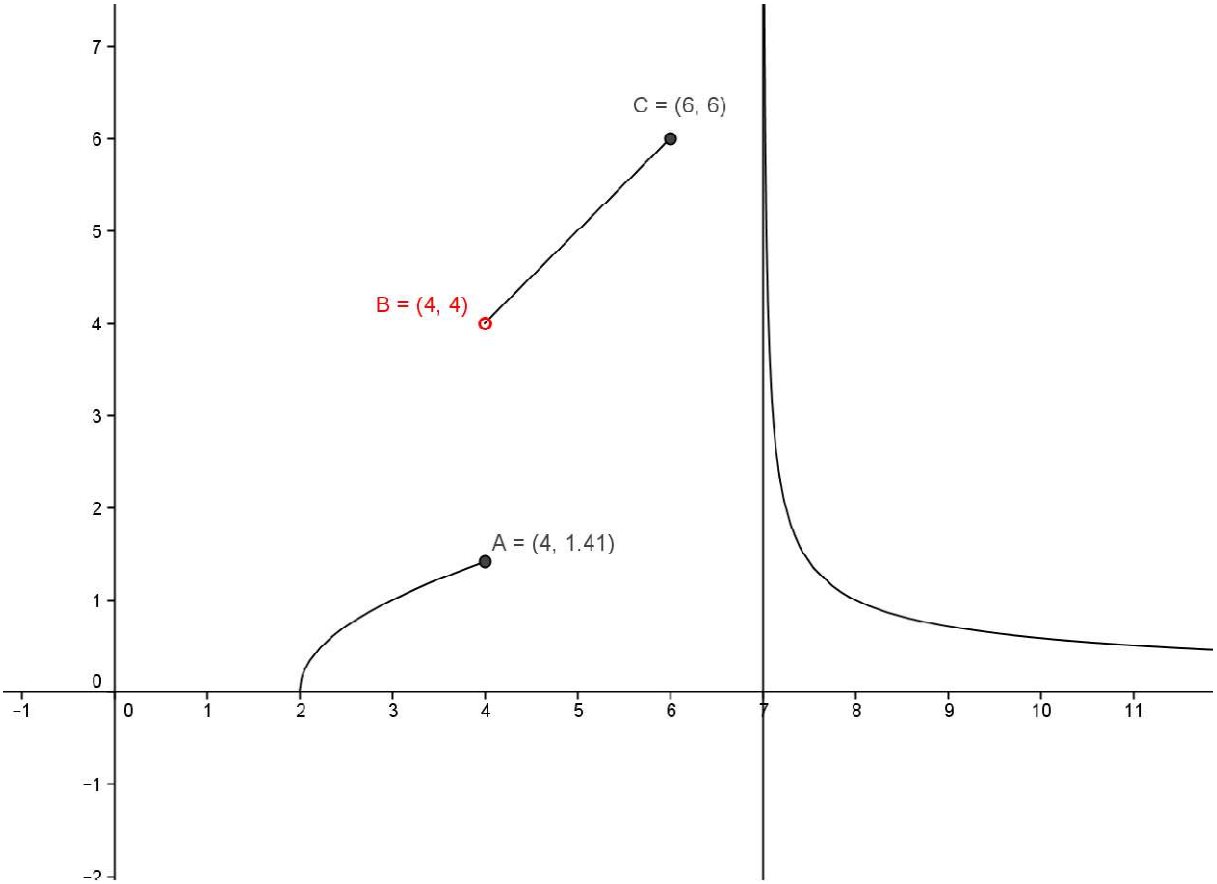
$$f_1(x) = \begin{cases} 4 - x^2 \;\; si \;\; x < -1 \\ 3 \;\; si \;\; x = -1 \\ -2x + 1 \;\; si \;\; -1 < x < 2 \\ \dfrac{1}{x-3} \;\; si \;\; x \geq 2 \end{cases}$$

D = R \ {3}
continu en x = -1
discontinu en x = 2 car la lim à gauche (-3) est différente de la lim à droite (-1) : saut
discontinu en x = 3 car 3 n'appartient pas au domaine (AV $\equiv x = 3$)



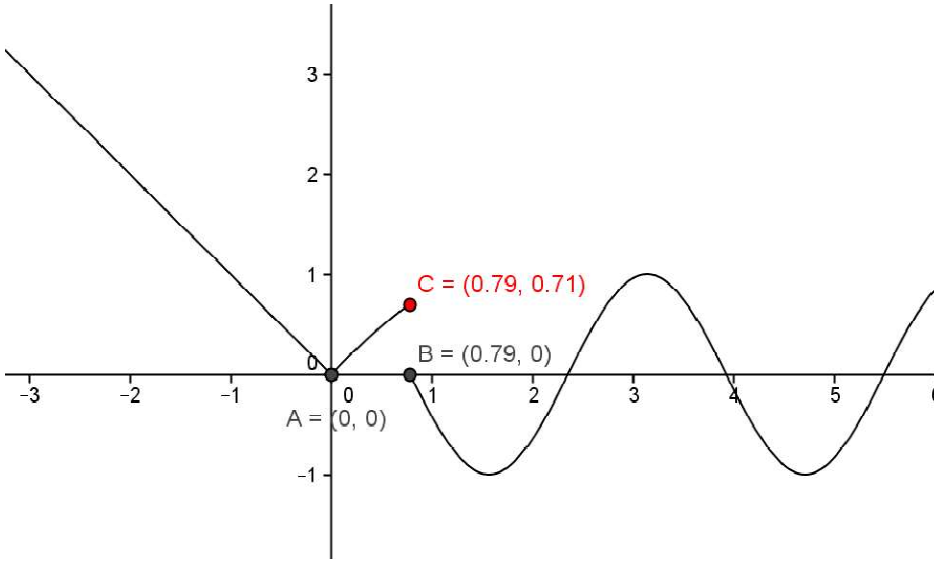
$$f_2(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} \ \ si \ \ x \le 4 \\ x \ \ si \ \ 4 < x \le 6 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x-7}} \ \ si \ \ x > 6 \end{cases}$$

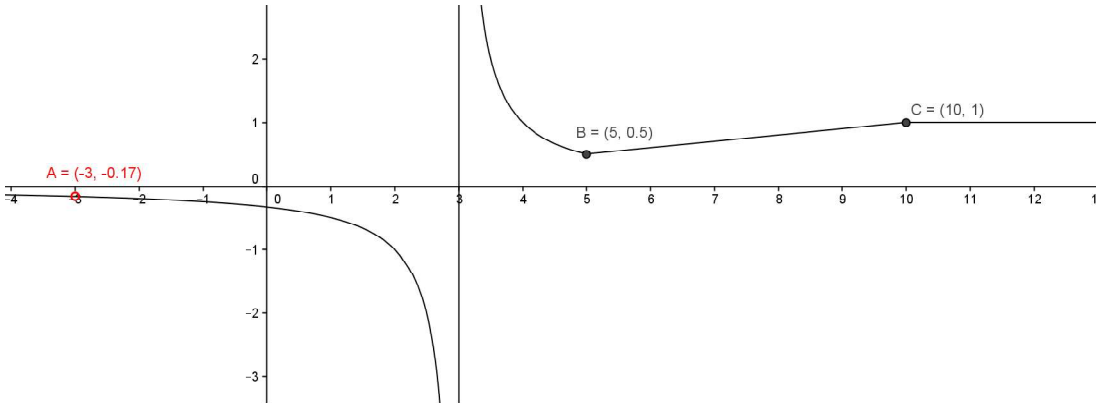
D = [2,6] U]7,+∞[
discontinu en x = 4 car la lim à gauche ($\sqrt{2}$) est différente de la lim à droite (4) : saut
continu par la gauche en x = 6
discontinu par la droite en x = 7 (AV ≡ $x = 7$)



$$f_3(x) = \begin{cases} -x \ \ si\ x < 0 \\ \sin x \ \ si \ \ 0 \le x < \dfrac{\pi}{4} \\ \cos 2x \ \ si \ \ x \ge \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$

D = R
continu en x = 0
discontinu en x = $\pi/4$ car la lim à gauche ($\sqrt{2}/2$) est différente de la lim à droite (0) : saut



$$f_4(x) = \begin{cases} \dfrac{x+3}{x^2-9} \ \ si \ \ x < 5 \\ 0{,}1\,x \ si \ \ 5 \le x \le 10 \\ \cos 0 \ \ si \ \ x > 10 \end{cases}$$

D =]-∞, $-3[U]-3,3[U]3,+\infty[$
discontinu en x = -3 car -3 n'appartient pas au domaine (point manquant)
prolongée continue en x = -3 : $g(x) = \frac{1}{x-3}$
continu en x = 5
continu en x = 10